

## SMT Primeri

*Primer 1.* Neka je data signatura  $\Sigma = (\mathcal{S}, \mathcal{F}, r)$ , gde je  $\mathcal{S} = \{\mathbf{Real}\}$ ,  $\mathcal{F}$  sadrži simbole  $0, 1, +, \cdot, -, \leq$ , pri čemu je  $r(0) = r(1) = [] \longrightarrow \mathbf{Real}$ ,  $r(+) = r(\cdot) = [\mathbf{Real}, \mathbf{Real}] \longrightarrow \mathbf{Real}$ ,  $r(-) = [\mathbf{Real}] \longrightarrow \mathbf{Real}$ ,  $r(\leq) = [\mathbf{Real}, \mathbf{Real}] \longrightarrow \mathbf{Bool}$ .

Jedna teorija nad  $\Sigma$  može biti zadata sledećim skupom aksioma (sve promenljive su sorte  $\mathbf{Real}$ ):

1.  $\forall x. \forall y. \forall z. (x + y) + z = x + (y + z)$
2.  $\forall x. \forall y. x + y = y + x$
3.  $\forall x. x + 0 = x$
4.  $\forall x. x + (-x) = 0$
5.  $\forall x. \forall y. \forall z. (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
6.  $\forall x. \forall y. x \cdot y = y \cdot x$
7.  $\forall x. x \cdot 1 = x$
8.  $\forall x. x \neq 0 \Rightarrow (\exists y. x \cdot y = 1)$
9.  $\forall x. \forall y. \forall z. (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$
10.  $1 \neq 0$
11.  $\forall x. x \leq x$
12.  $\forall x. \forall y. x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$
13.  $\forall x. \forall y. \forall z. x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$
14.  $\forall x. \forall y. x \leq y \vee y \leq x$
15.  $\forall x. \forall y. \forall z. x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$
16.  $\forall x. \forall y. 0 \leq x \wedge 0 \leq y \Rightarrow 0 \leq x \cdot y$
17.  $\forall x. 0 \leq x \Rightarrow (\exists y. y \cdot y = x)$
18.  $\forall c_0. \forall c_1. \dots \forall c_{2k+1}. \exists x. c_0 + c_1 \cdot x + \dots + c_{2k+1} \cdot x^{2k+1} = 0$

Teoreme ove teorije (označimo je sa  $\mathcal{T}$ ) su sve formule koje se mogu dokazati polazeći od ovih aksioma. Ova teorija poznata je i kao *teorija realno zatvorenih polja*.

Jedan model ove teorije je i struktura realnih brojeva  $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ . Međutim, to nije jedini model, s obzirom da na osnovu Skolem-Lovenhajmove teoreme postoji model sa domenom bilo koje beskonačne kardinalnosti (uključujući i prebrojiv model). Ipak, može se pokazati da je ova teorija *kompletna*, što znači da za svaku zatvorenu formulu  $F$  važi da je ili  $F$  ili  $\neg F$  teorema ove teorije. Odavde sledi da su svaka dva modela  $\mathcal{L}_1$  i  $\mathcal{L}_2$  teorije *elementarno ekvivalentna* – svaka zatvorena formula koja je tačna u  $\mathcal{L}_1$  tačna je i u  $\mathcal{L}_2$ , i obratno.

*Primer 2.* Neka je data sledeća formula (nad signaturom iz prethodnog primera):

$$\exists x. \exists y. \exists z. x \cdot y \leq z \wedge z \leq x + y \wedge x \leq 0$$

Pretpostavimo da razmatramo teoriju  $\mathcal{T}$  iz prethodnog primera. Data formula će biti zadovoljiva u teoriji  $\mathcal{T}$  ako i samo ako je u toj teoriji zadovoljiva formula:

$$a \cdot b \leq c \wedge c \leq a + b \wedge a \leq 0$$

gde su  $a, b, c$  novouvedene konstante (skolemizacija). Ove konstante nazivamo *slobodne konstante*, jer se mogu proizvoljno interpretirati.

*Primer 3.* Sledeća bazna formula je nezadovoljiva u EUF teoriji:

$$(a = b \vee c = d) \wedge (f(a) \neq f(b)) \wedge (c \neq d \vee a = e) \wedge (c \neq d \vee b = e)$$

Zaista, svodjenjem na DNF dobijamo:

$$\begin{aligned} & (a = b \wedge f(a) \neq f(b) \wedge c \neq d) \quad \vee \\ & (a = b \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e) \quad \vee \\ & (c = d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e) \end{aligned}$$

pri čemu se lako vidi da su sve ove konjunkcije nezadovoljive u EUF teoriji.

*Primer 4.* Neka je data bazna linearna formula u teoriji realne aritmetike:

$$2a + 3b > c \wedge a > b \wedge c = 3a \wedge b < 0$$

Može se pokazati da je ova formula nezadovoljiva. Zaista, zamenom  $c = 3a$  dobijamo ekvivalentnu konjunkciju:

$$3b > a \wedge a > b \wedge b < 0$$

Dalje, iz  $3b > a$  sledi  $b > a/3$ , a kako je  $a > b$ , to je i  $a > a/3$ , odakle je  $a > 0$ , pa je i  $3b > 0$ , tj.  $b > 0$ . Ovo je u kontradikciji sa uslovom da je  $b < 0$ .

*Primer 5.* Data je bazna linearna formula u teoriji celobrojne aritmetike:

$$1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge 1 \leq y \wedge y \leq 2 \wedge 1 \leq z \wedge z \leq 2 \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z$$

Ova formula je nezadovoljiva u ovoj teoriji. Primetimo da bi ista ova formula bila zadovoljiva u teoriji realne aritmetike.

*Primer 6.* U teoriji nizova, data je sledeća formula:

$$v = \text{select}(a, i) \wedge b = \text{store}(a, j, v) \wedge \text{select}(b, i) \neq \text{select}(b, j)$$

Ova formula je nezadovoljiva. Zaista, setimo se da su aksiome teorije nizova:

1.  $\forall x. \forall y. \forall z. \text{select}(\text{store}(x, y, z), y) = z$
2.  $\forall x. \forall y_1. \forall y_2. \forall z. y_1 \neq y_2 \Rightarrow \text{select}(\text{store}(x, y_1, z), y_2) = \text{select}(x, y_2)$
3.  $\forall x_1. \forall x_2. (\forall y. \text{select}(x_1, y) = \text{select}(x_2, y)) \Rightarrow x_1 = x_2$

Iz  $b = \text{store}(a, j, v)$  sledi  $\text{select}(b, j) = \text{select}(\text{store}(a, j, v), j)$ . Instanciranjem  $x = a, y = j, z = v$  u prvoj aksiomi dobijamo  $\text{select}(\text{store}(a, j, v), j) = v$ , tj.  $\text{select}(b, j) = v$ . Ako je  $i = j$ , tada je  $\text{select}(b, i) = \text{select}(b, j)$ , što daje kontradikciju. Sa druge strane, ako je  $i \neq j$ , instanciranjem  $y_1 = j, y_2 = i, x = a, z = v$  u drugoj aksiomi dobijamo  $j \neq i \Rightarrow \text{select}(\text{store}(a, j, v), i) = \text{select}(a, i)$ . Ovo dalje znači da je  $\text{select}(b, i) = \text{select}(a, i) = v$ , pa je  $\text{select}(b, i) = \text{select}(b, j)$ , što opet daje kontradikciju.

*Primer 7.* Neka su u teoriji bitvektora sa  $x, y, z$  označene konstante sorte **BitVec**<sub>8</sub>. Formula:

$$bvult(x, y) \wedge \neg bvult(bvadd(x, z), bvadd(y, z))$$

je zadovoljiva. Zaista, kako se sorta **BitVec**<sub>8</sub> interpretira skupom svih nizova dužine 8 čiji su elementi iz  $\{0, 1\}$ , to se konstante  $x, y, z$  mogu interpretirati proizvoljnim ovakvim nizovima. Neka je u izabranoj interpretaciji  $I(x) = 11111100$  i  $I(y) = 11111111$ . Jasno je da je tada  $I(bvult(x, y)) = 1$ . Dalje, neka je  $I(z) = 00000011$ . Sada je  $I(bvadd(x, z)) = 11111111$ , a  $I(bvadd(y, z)) = 00000010$ , pa je otuda  $I(bvult(bvadd(x, z), bvadd(y, z))) = 0$ . Dakle, ovako izabrana interpretacija zadovoljava datu formulu.

Primetimo da bi se formula koja u intuitivnom smislu predstavlja isto tvrđenje mogla na jeziku celobrojne aritmetike zapisati na sledeći način:

$$x < y \wedge \neg(x + z < y + z)$$

što je u toj teoriji nezadovoljivo.

*Primer 8.* Posmatrajmo ponovo EUF formulu iz primera 3:

$$(a = b \vee c = d) \wedge (f(a) \neq f(b)) \wedge (c \neq d \vee a = e) \wedge (c \neq d \vee b = e)$$

Iskaznom apstrakcijom dobijamo:

$$(p \vee q) \wedge \neg r \wedge (\neg q \vee s) \wedge (\neg q \vee t)$$

Zadovoljavajuće iskazne valuacije su  $[p, q, \neg r, s, t]$ ,  $[p, \neg q, \neg r, s, t]$ ,  $[p, \neg q, \neg r, \neg s, t]$ ,  $[p, \neg q, \neg r, s, \neg t]$ ,  $[p, \neg q, \neg r, \neg s, \neg t]$ ,  $[\neg p, q, \neg r, s, t]$ . Ovim iskaznim valuacijama odgovaraju sledeće konjunkcije prvog reda:

$$\begin{aligned}
& a = b \wedge c = d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a \neq e \wedge b = e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b \neq e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a \neq e \wedge b \neq e \\
& a \neq b \wedge c = d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e
\end{aligned}$$

Lako se vidi da su sve ove konjunkcije nezadovoljive u EUF teoriji. SAT rešavač bi ove konjunkcije jednu po jednu slao proceduri odlučivanja za EUF teoriju (npr. Nelson-Open) koja bi za svaku od njih utvrdila da je nezadovoljiva.

*Primer 9.* Pretpostavimo da je u prethodnom primeru SAT rešavač zasnovan na CDCL algoritmu, kao i da postoji mogućnost komunikacije između SAT rešavača i procedure odlučivanja za EUF sve vreme tokom rada SAT rešavača. SAT rešavač bi odmah zaključio da je  $\neg r$ . Pokušaj da se na stek postavi  $p$  (kao literal odlučivanja) dao bi konjunkciju  $a = b \wedge f(a) \neq f(b)$  što je kontradikcija u EUF teoriji. Zato SAT rešavač dodaje klauzu koja predstavlja negaciju ove konjunkcije  $a \neq b \vee f(a) = f(b)$ , tj.  $\neg p \vee r$ . Na osnovu ove klauze sada sledi konflikt, vraćanje unazad i postavljanje  $\neg p$  na stek. Medjutim, sada iz klauze  $(p \vee q)$  sledi  $q$ , a iz klauza  $(\neg q \vee s)$  i  $(\neg q \vee t)$  slede  $s$  i  $t$ , respektivno. Medjutim, sada imamo konjunkciju  $s \wedge t \wedge \neg r$ , tj.  $a = e \wedge b = e \wedge f(a) \neq f(b)$ , što je opet nezadovoljivo u EUF teoriji. Zato SAT rešavač dodaje klauzu  $\neg s \vee \neg t \vee r$ . Sada je stek u kontradikciji sa ovom klauzom, a kako se nalazimo na nultom nivou odlučivanja, sledi da je formula nezadovoljiva u EUF teoriji.

Ukoliko bi dodatno postojala mogućnost da procedura odlučivanja za EUF sugerise SAT rešavaču koje literale treba da postavi na stek, rad rešavača bi bio još efikasniji. Na primer, u EUF teoriji važi implikacija  $f(a) \neq f(b) \Rightarrow a \neq b$ . Ovo znači da bi odmah nakon postavljanja  $\neg r$  na stek EUF procedura mogla da sugerise postavljanje  $a \neq b$ , tj.  $\neg p$  na stek, čime bi se izbegao jedan konflikt i vraćanje unazad.

**Decide :**

$$\frac{C = no\_cflct \quad l \in F \quad l, \bar{l} \notin M}{M := Ml^d}$$

**UnitPropagate :**

$$\frac{C = no\_cflct \quad l \vee l_1 \vee \dots \vee l_k \in F \quad \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_k \in M \quad l, \bar{l} \notin M}{M := Ml}$$

**Conflict :**

$$\frac{C = no\_cflct \quad \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \in F \quad l_1, \dots, l_k \in M}{C := \{l_1, \dots, l_k\}}$$

**Explain :**

$$\frac{l \in C \quad l \vee \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \in F \quad l_1, \dots, l_k \prec l}{C := C \cup \{l_1, \dots, l_k\} \setminus \{l\}}$$

**Learn :**

$$\frac{C = \{l_1, \dots, l_k\} \quad \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \notin F}{F := F \cup \{\bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k\}}$$

**Backjump :**

$$\frac{C = \{l, l_1, \dots, l_k\} \quad \bar{l} \vee \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \in F \quad \forall i \in \{1, \dots, k\} \quad \text{level}(l) > m \geq \text{level}(l_i)}{C := no\_cflct \quad M := M^{[m]}\bar{l}}$$

**TheoryPropagate :**

$$\frac{C := no\_cflct \quad M \models_{\mathcal{T}} l \quad l, \bar{l} \notin M}{M := Ml}$$

**TheoryConflict :**

$$\frac{C = no\_cflct \quad l_1, \dots, l_k \models_{\mathcal{T}} \perp \quad l_1, \dots, l_k \in M}{C := \{l_1, \dots, l_k\}}$$

**TheoryExplain :**

$$\frac{l \in C \quad l_1, \dots, l_k \models_{\mathcal{T}} l \quad l_1, \dots, l_k \prec l}{C := C \cup \{l_1, \dots, l_k\} \setminus \{l\}}$$

Slika 1: CDCL( $X$ ) pravila

*Primer 10.* Neka je data iskazna formula:

$$(\neg p_1 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_3) \wedge (\neg p_4 \vee p_2 \vee p_5) \wedge (p_6 \vee \neg p_7) \wedge (p_6 \vee p_8 \vee p_2) \wedge (\neg p_8 \vee p_7)$$

Ova formula je zadovoljiva. Jedno moguće izvršavanje CDCL algoritma prikazano je sledećim nizom stanja:

$F$	$M$	$C$	Pravilo
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d$	$no\_cflt$	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2}$	$no\_cflt$	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3$	$no\_cflt$	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d$	$no\_cflt$	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5$	$no\_cflt$	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d$	$no\_cflt$	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7}$	$no\_cflt$	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$no\_cflt$	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{7}, 8$	(Conflict)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{2}, \bar{6}, \bar{7}$	(Explain)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{2}, \bar{6}$	(Explain)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{2}, \bar{6}$	(Learn)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6$	$no\_cflt$	(Backjump)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d$	$no\_cflt$	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d 5$	$no\_cflt$	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d 5 7^d$	$no\_cflt$	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d 5 7^d 8^d$	$no\_cflt$	(Decide)

Literal  $p_i$  je u gornjem prikazu predstavljen oznakom  $i$ , a literal  $\neg p_i$  oznakom  $\bar{i}$ . Literali odlučivanja su označeni sa  $l^d$ .

Primer 11. Neka je data bazna formula EUF teorije:

$$\begin{aligned}
& (\neg(h(a) = a) \vee a = b) & \wedge \\
& (c = d \vee f(h(a)) = f(a) \vee a = f(b)) & \wedge \\
& (g(c) = c \vee \neg(f(h(a)) = f(a)) \vee \neg(f(c) = f(d))) & \wedge \\
& (g(c) = c \vee c = d \vee \neg(a = b)) & \wedge \\
& (g(a) = g(f(a)) \vee h(a) = a) & 
\end{aligned}$$

Uvedimo iskaznu apstrakciju:

$$\begin{aligned}
p_1 & \Leftrightarrow h(a) = a \\
p_2 & \Leftrightarrow a = b \\
p_3 & \Leftrightarrow f(h(a)) = f(a) \\
p_4 & \Leftrightarrow a = f(b) \\
p_5 & \Leftrightarrow g(a) = g(f(a)) \\
p_6 & \Leftrightarrow g(c) = c \\
p_7 & \Leftrightarrow f(c) = f(d) \\
p_8 & \Leftrightarrow c = d
\end{aligned}$$

Sada se formula svodi na sledeću iskaznu formulu:

$$(\neg p_1 \vee p_2) \wedge (p_8 \vee p_3 \vee p_4) \wedge (p_6 \vee \neg p_3 \vee \neg p_7) \wedge (p_6 \vee p_8 \vee \neg p_2) \wedge (p_5 \vee p_1)$$

Ova formula je zadovoljiva. Jedno moguće izvršavanje CDCL( $\mathcal{T}$ ) algoritma dato je sledećim nizom stanja:

$F$	$M$	$C$	Pravilo
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2$	<i>no_cflt</i>	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7}$	<i>no_cflt</i>	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	<i>no_cflt</i>	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{7}, 8$	(TheoryConflict)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$2, \bar{6}, \bar{7}$	(Explain)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$2, 3, \bar{6}$	(Explain)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$2, 3, \bar{6}$	(Learn)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6$	<i>no_cflt</i>	(Backjump)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d 5$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d 5 8^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d 5 8^d 7$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)

Teorijske propagacije vršene su na osnovu sledećih logičkih posledica:

$$h(a) = a \quad \models_{\mathcal{T}} \quad f(h(a)) = f(a) \quad (1)$$

$$a = b \wedge a = f(b) \quad \models_{\mathcal{T}} \quad g(a) = g(f(a)) \quad (2, 3)$$

$$c = d \quad \models_{\mathcal{T}} \quad f(c) = f(d) \quad (4)$$

Konflikt u teoriji detektovan je na osnovu sledeće logičke posledice:

$$\neg(f(c) = f(d)) \wedge c = d \models_{\mathcal{T}} \perp$$