

АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА – 1. колоквијум 2007-08.

Теорија

1. **(2 поена)** а) Дефинисати појам координатног система (репера) у равни и координата тачке у том реперу.
б) Ако су дате координате тачака A и B у равни, одредити координате вектора одређеног тачкама A и B . Образложити одговор.
2. **(2 поена)** а) Написати дефиницију и особине мешовитог производа.
б) Ако се зна да важи $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = -2$, израчунати мешовити производ $[\vec{x} + \vec{z}, \vec{y} - 2\vec{x}, 3\vec{z} - \vec{y}]$.
3. **(1 поен)** Написати и доказати формулу за израчунавање растојања тачке $M(x_M, y_M)$ од праве $Ax + By + C = 0$.

Задаци

1. **(1.5 поен)** Нека је D тачка странице BC , троугла $\triangle ABC$ таква да важи $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{5}$ и нека је тачка E пресек тежишне дужи из темена C и дужи AD . Методама векторске геометрије одредити односе у којима тачка E дели поменуте дужи.
2. **(1.5 поен)** Одредити вредност реалног параметра λ за коју су вектори $\vec{a}(\lambda + 1, 1, -1)$, $\vec{b}(2, -3, 0)$ и $\vec{c}(\lambda - 1, -1, 4)$ линеарно зависни. Изразити затим вектор \vec{c} као линеарну комбинацију преостала два вектора.
3. **(1.5 поен)** Дат је паралелограм $ABCD$ чија је површина једнака P . Уколико су M и N редом тачке дијагонале AC и странице DC такве да важи $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{2}$ и $\frac{DN}{NC} = \frac{2}{1}$, израчунати (у функцији од P) површину троугла $\triangle AMN$.
4. **(1 поен)** Доказати идентитет:
$$\left((\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c}) \right) \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \left((\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \right)^2.$$
5. **(1.5 поен)** Дат је паралелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Координатни систем $Axyz$ има почетак у темену A и координатне векторе $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ и $\vec{c} = \overrightarrow{AA_1}$. Други координатни систем $B_1 x' y' z'$ има почетак у темену B_1 и координатне векторе $\vec{a}' = \overrightarrow{B_1 X}$, $\vec{b}' = \overrightarrow{B_1 Y}$ и $\vec{c}' = \overrightarrow{B_1 C_1}$, где су X и Y редом средишта страница AB и DD_1 . Изразити координате (x, y, z) произвољне тачке у координатном систему $Axyz$ преко координата (x', y', z') које иста тачка има у систему $B_1 x' y' z'$.
6. **(1.5 поен)** Одредити вредност реалног параметра α за коју се праве $p: x + y + z - 1 = 0$, $-x + y + 3 = 0$ и $q: \frac{x - \alpha}{1} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - 3}{0}$ секу, као и координате пресечне тачке.
7. **(1.5 поен)** Одредити растојање између паралелних равни $x - 2y + 5z + 27 = 0$ и $x - 2y + 5z - 3 = 0$.